

ENSA Al Hoceima, AP1,  
Analyse II, 2018-2019  
TD1-2 : EDL de Bernoulli & Riccati

**Exercice 1 : Equation de Bernoulli**

On considère l'équation différentielle suivante :

$$(B) : x' + P(t)x + Q(t)x^r = 0$$

où  $r \in \mathbb{R}$ ,  $P$  et  $Q$  sont deux fonctions définies et continues sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$ .

1. Résoudre cette équation dans le cas où  $r = 1$ .
2. Résoudre cette équation dans le cas où  $r = 0$ .
3. On suppose maintenant que  $r \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$ 
  - a- L'équation différentielle  $(B)$  est-elle alors linéaire ? Si non, pourquoi ?
  - b- Application : résoudre l'équation

$$tx' + x = t^2x^2$$

**Exercice 2 :**

On considère l'équation différentielle

$$(L) : (1 + 2x)y'' + (4x - 2)y' - 8y = 0$$

1. Déterminer une solution de l'équation de la forme  $y(x) = e^{\alpha x}$  où  $\alpha \in \mathbb{R}$
2. On pose alors  $y(x) = e^{\alpha x}z(x)$ . Quelle est alors l'équation différentielle vérifiée par  $z$  ?
3. En déduire les solutions de (E) sur  $]-\frac{1}{2}, +\infty[$ .

**Exercice 3 : Équation de Riccati**

1. Résoudre l'équation différentielle suivant

$$(R_1) : x' - x + x^2 = 4t^2 + 2t + 2$$

2. Résoudre

$$(R_2) : x^2(y' + y^2) = xy - 1$$

en vérifiant d'abord que  $y_0(x) = \frac{1}{x}$  est une solution.